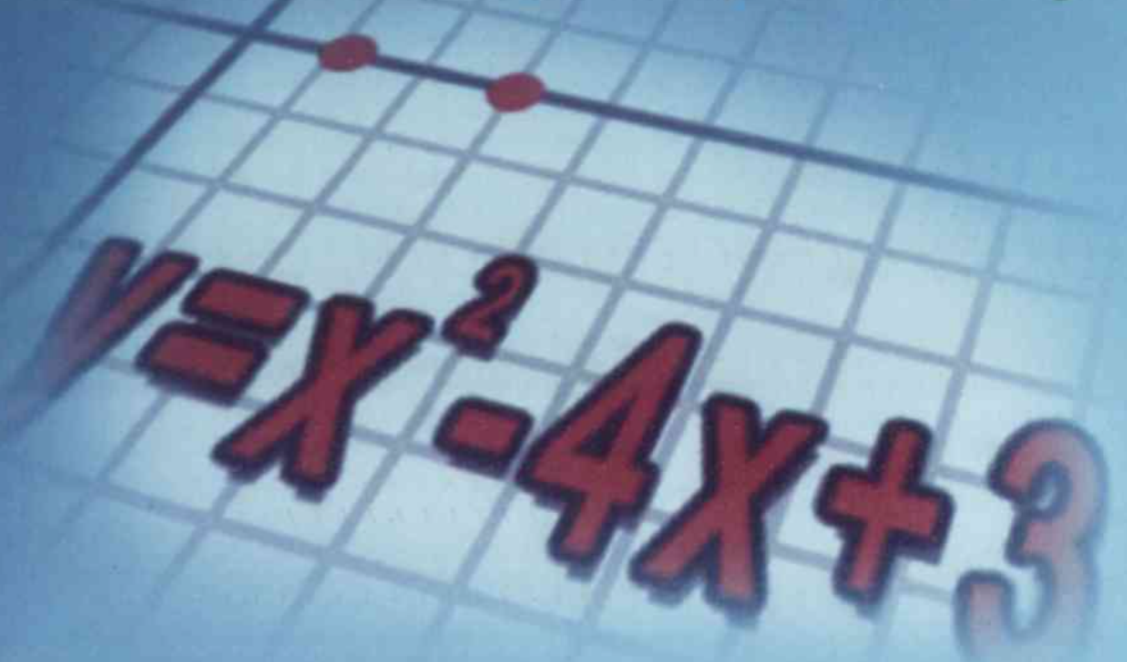
NGUYỄN HUY HOÀNG

TOÁN CAO CẤP

TẬP MỘT

Đại số tuyến tính

(DÙNG CHO SINH VIÊN
CÁC NGÀNH KINH TẾ VÀ QUẢN TRỊ KINH DOANH)



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

NGUYỄN HUY HOÀNG

TOÁN CAO CẤP

(DÙNG CHO SINH VIÊN CÁC NGÀNH KINH TẾ
VÀ QUẢN TRỊ KINH DOANH)

Tập một: ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH

(Tái bản lần thứ nhất)

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

19 – 2010/CXB/496 – 2244/GD Mã số : 7K752y0 – DAI

Lời nói đầu

Các bạn đang có trong tay cuốn sách **"Toán cao cấp"** – Dành cho kinh tế. Đối tượng phục vụ của cuốn sách là sinh viên các ngành kinh tế và quản trị kinh doanh, những người sử dụng toán học như là "phương tiện" để tìm hiểu và phân tích các vấn đề của kinh tế và quản trị kinh doanh. Với mục đích như vậy nên chúng tôi không đi sâu vào việc trình bày các chứng minh mà tập trung vào việc giới thiệu ý nghĩa của các khái niệm và các kết quả liên quan đến việc tìm hiểu và phân tích vấn đề kinh tế. Tuy nhiên, chúng tôi cũng rất chú trọng việc đảm bảo tính logic của toán học và rèn luyện các kỹ năng "thực hành" để giải các ví dụ, bài tập cụ thể.

Nội dung cuốn sách được trình bày thành hai tập. *Tập một*: **Đại số tuyến tính** và *Tập hai*: **Giải tích toán học**.

Sau khi trình bày các khái niệm và kết quả cơ bản, chúng tôi giới thiệu các ví dụ áp dụng "phương tiện" Toán học vào việc giải quyết một số vấn đề hoặc mô hình kinh tế đơn giản (lưu ý rằng, sinh viên năm thứ nhất học môn *Toán cao cấp* trong khi chưa được trang bị kiến thức về kinh tế và quản trị kinh doanh, đây là thách thức cho cả người dạy và người học).

Lần đầu tiên biên soạn cuốn sách theo hướng tiếp cận "Toán dành cho kinh tế" chắc chắn không thể tránh khỏi khiếm khuyết, rất mong nhận được ý kiến đóng góp của bạn đọc để cuốn sách ngày càng được hoàn thiện hơn.

Mọi ý kiến đóng góp xin gửi về:

Địa chỉ email: hoangtoancb@neu.edu.vn

Tác giả

Nguyễn Huy Hoàng

Chương 1

MA TRẬN VÀ ĐỊNH THỨC

§1. MA TRẬN VÀ CÁC PHÉP TOÁN

1.1. CÁC TẬP HỢP SỐ

Trong phần này chúng tôi xin nhắc lại về các tập hợp số.

– Tập số tự nhiên: $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \ldots\}$

– Tập số nguyên: $\mathbb{Z} = \{0, \pm 1, \pm 2, \ldots\}$

– Tập số hữu tỉ: $\mathbb{Q} = \left\{ \dfrac{p}{q} \middle| p, q \in \mathbb{Z}, q \neq 0 \right\}$

– Tập số vô tỉ: $\mathbb{I} = \left\{ \sqrt{2}, -\dfrac{1}{\sqrt{3}}, \pi, e, \ldots \right\}$

$(\pi \approx 3,14\ldots;\quad e \approx 2,718\ldots)$

– Tập số thực: $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$

1.2. CÁC VÍ DỤ VÀ KHÁI NIỆM CƠ BẢN VỀ MA TRẬN

1.2.1. Các ví dụ

Bảng số $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & \sqrt{2} \\ \dfrac{3}{4} & 4 & 5 \end{pmatrix}$ được gọi là ma trận cỡ (2×3)

Bảng số $B = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & 5 \\ -7 & 8 \\ 6 & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix}$ được gọi là ma trận cỡ (3×2)

Bảng số $C = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 5 \\ \sqrt{3} & \frac{1}{2} & 0 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ được gọi là ma trận vuông cấp 3.

1.2.2. Các khái niệm cơ bản về ma trận

1. *Một bảng gồm $(m\times n)$ số thực được sắp thành m dòng và n cột được gọi là ma trận cỡ $m\times n$.*

Kí hiệu: $A = (a_{ij})_{m\times n} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$

i – gọi là chỉ số dòng.

j – gọi là chỉ số cột.

a_{ij} – phần tử nằm ở dòng i và cột j trong ma trận A.

2. *Ma trận có số dòng bằng số cột $(m = n)$ được gọi là ma trận vuông cấp n.*

Kí hiệu: $A = (a_{ij})_n$.

$a_{11}, a_{22},\dots, a_{nn}$ được gọi là các phần tử nằm trên đường chéo chính.

3. *Hai ma trận được gọi là bằng nhau nếu chúng cùng cỡ và có tất cả các phần tử tương ứng vị trí bằng nhau.*

Cho $A = (a_{ij})_{m\times n}$ và $B = (b_{ij})_{m\times n}$

$$A = B \overset{đ/n}{\Leftrightarrow} \begin{cases} a_{ij} = b_{ij} \\ \forall i = 1,2,\dots,m;\ \forall j = 1, 2,\dots,n \end{cases}$$

4. Cho ma trận $A = (a_{ij})_{m\times n}$, ma trận kí hiệu A^T nhận được từ ma trận A bằng cách đổi dòng thành cột hoặc đổi cột thành dòng, được gọi là ma trận chuyển vị của ma trận A.

Ví dụ: $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 3 & -5 & 6 \end{pmatrix}_{2\times 3} \Rightarrow A^T = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -5 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}_{3\times 2}$

Dễ nhận thấy $(A^T)^T = A$.

***5.** Ma trận dạng tam giác và dạng hình thang.*

a) Ma trận:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

với $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn} \neq 0$ được gọi là ma trận dạng tam giác trên.

b) Ma trận:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & 0 & \dots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

với $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn} \neq 0$ được gọi là ma trận dạng tam giác dưới.

c) Ma trận:

$$\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1r} & \dots & b_{1n} \\ 0 & b_{22} & \dots & b_{2r} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & b_{rr} & \dots & b_{rn} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

với $r < n$ và $b_{11}, b_{22}, \dots, b_{rr} \neq 0$ gọi là ma trận dạng hình thang.

__6.__ Ma trận vuông cấp n có tất cả các phần tử trên đường chéo chính bằng 1, các phần tử còn lại đều bằng 0, được gọi là ma trận đơn vị cấp n. Kí hiệu là I_n.

$$I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

...

$$I_n = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

__7.__ Cho ma trận $A = (a_{ij})_{m\times n}$, ma trận kí hiệu $-A = (-a_{ij})_{m\times n}$ gọi là ma trận đối của ma trận A.

__8.__ Ma trận có tất cả các phần tử bằng 0 được gọi là ma trận không.

Nhận xét: Ma trận có thể được sử dụng để lưu giữ thông tin nhiều chiều. Chẳng hạn, bạn có thể lưu giữ thông tin về doanh thu 4 quý trong năm của hệ thống 3 cửa hàng bởi 1 ma trận cỡ 3×4 hoặc ma trận cỡ 4×3.

Bảng số liệu:

Quý / **Cửa hàng**	**1**	**2**	**3**	**4**
I	25	35	45	55
II	40	30	20	10
III	70	46	60	80

Ma trận tương ứng như sau: $A = \begin{pmatrix} 25 & 35 & 45 & 55 \\ 40 & 30 & 20 & 10 \\ 70 & 46 & 60 & 80 \end{pmatrix}$